

УДК: 528.44

## ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАКТИЧЕСКОЙ ПЛОЩАДИ УЧАСТКА МЕСТНОСТИ

Шипулин В. Я., Григорьев Д. О.<sup>1</sup>

*В работе представлена методика определения участка земли с использованием формулы векторной алгебры для целей единого государственного реестра недвижимости, оценена точность использования данной методики.*

**Ключевые слова:** земельный участок, фактическая площадь, аналитический способ, векторная алгебра, средняя квадратическая ошибка.

Создание проектов, связанных с использованием территории, учётом и инвентаризацией земель, вызывает необходимость определения площади земельных участков и установленной точности. При этом определяются площади, как отдельных участков, так и земельных массивов, которые обладают одинаковыми природными и хозяйственными показателями.

К таким территориям относятся сельскохозяйственные (луга, пашни, огороды), лесные насаждения, земли под застройку, водные территории и др.

В зависимости от хозяйственной значимости участков и массивов, их размеров, конфигурации и вытянутости, наличие планово-топографического материала, топографических условий местности существуют следующие способы определения площадей:

1. Аналитический, т. е. площадь вычисляется по результатам измерений линий на местности, по результатам измерений линий и углов на местности — координатам вершин;

2. Графический, т. е. участок, изображенный на плане, делят на простейшие геометрические фигуры, площадь вычисляют как сумму простейших геометрических фигур; [1]

3. Механический, т. е. площадь определяется по плану с использованием специальных приборов (планиметров).

Иногда эти способы применяются комбинировано. Например, часть линейных величин определяется по плану, а часть берут из результатов измерений на местности.

Аналитический способ требует измерения линий и углов по границам земельных участков, больших вычислительных действий, зависящих от количества углов. Этот способ применяется, если число углов по границе земельного участка не более 10–15. При определении площади участки разбиваются на простейшие геометрические фигуры, преимущественно треугольники.

Площадь треугольника по 3 координатам (рис.1) определяется по формуле векторной алгебры:

$$P^2 = \frac{1}{4} \left\{ \begin{vmatrix} y_1 & H_1 & 1 \\ y_2 & H_2 & 1 \\ y_3 & H_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} H_1 & X_1 & 1 \\ H_2 & X_2 & 1 \\ H_3 & X_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 \right\} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Шипулин Владимир Яковлевич — старший преподаватель, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (СИБСТРИН)

Григорьев Дмитрий Олегович — Студент 2-го курса, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (СИБСТРИН)

Общая площадь всего участка определяется как сумма площадей простейших геометрических фигур.

При определении площадей земельных участков по результатам непосредственных измерений на местности, можно выполнить предрасчет точности по формулам теории ошибок. Ошибки площадей различной формы вычисляются по следующим формулам:

1. Средняя квадратическая ошибка площади, имеющую форму правильного многоугольника:

$$m_p = m_l * \sqrt{\operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}} * \sqrt{P} \quad (2)$$

$$m_p = m_l * 0.5 * \sqrt{P} \quad \text{- треугольник}$$

$$m_p = m_l * 1 * \sqrt{P} \quad \text{- четырехугольник}$$

$$m_p = m_l * 3.1 * \sqrt{P} \quad \text{- десятиугольник}$$

2.

3. Относительная СКО площади треугольника равна:

$$\left(\frac{m_p}{P}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 = \left(\frac{m_h}{h}\right)^2 \quad (3)$$

$m_p$  — ошибка измерения периметра;

$m_l$  — ошибка измерения основания;

$m_h$  — ошибка измерения высоты.

Эксперимент был рассчитан на плане теодолитной съемки масштаба 1:2000. Высоты углов поворота теодолитной съемки были определены из геометрического нивелирования.

Земельный участок был выбран в виде геометрической фигуры — треугольник, площадь которого была определена по формуле (1). Общая фактическая площадь составила  $P_{\phi} = 29229,41 \text{ м}^2$ . Площадь горизонтальной проекции подсчитанная по координатам  $P_1 = 29146,9 \text{ м}^2$ .

$$P^2 = \frac{1}{4} \left\{ \begin{vmatrix} y_1 & H_1 & 1 \\ y_2 & H_2 & 1 \\ y_3 & H_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} H_1 & x_1 & 1 \\ H_2 & x_2 & 2 \\ H_3 & x_3 & 3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2 \right\} =$$

$$\frac{1}{4} \{ ([y_1(H_2 - H_3) - H_1(y_2 - y_3) + 1(y_2H_3 - H_2y_3)]^2 +$$

$$+ [H_1(x_2 - x_3) - x_1(H_2 - H_3) + (H_2x_3 - H_3x_2)]^2$$

$$+ [x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + (x_2y_3 - x_3y_2)]^2 \} = \frac{1}{4}$$

$$(y_1H_2 - y_1H_3 - y_2H_1 + y_3H_1 + y_2H_3 - y_3H_2)^2 + (H_1x_2 - H_1x_3 - H_2x_1 + H_3x_1 + H_2x_3 - H_3x_2)^2 + (x_1y_2 - x_1y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 + x_2y_3 - x_3y_2)^2$$

(4)

Дано:

$$H_1 = 153,2\text{м}$$

$$x_1 = 79823,2\text{м}$$

$$y_1 = 66627,2\text{м}$$

$$H_2 = 161,90\text{м}$$

$$x_2 = 79980,0\text{м}$$

$$y_2 = 66814,4\text{м}$$

$$H_3 = 145,0\text{м}$$

$$x_3 = 79722,8\text{м}$$

$$y_3 = 66938,8\text{м}$$

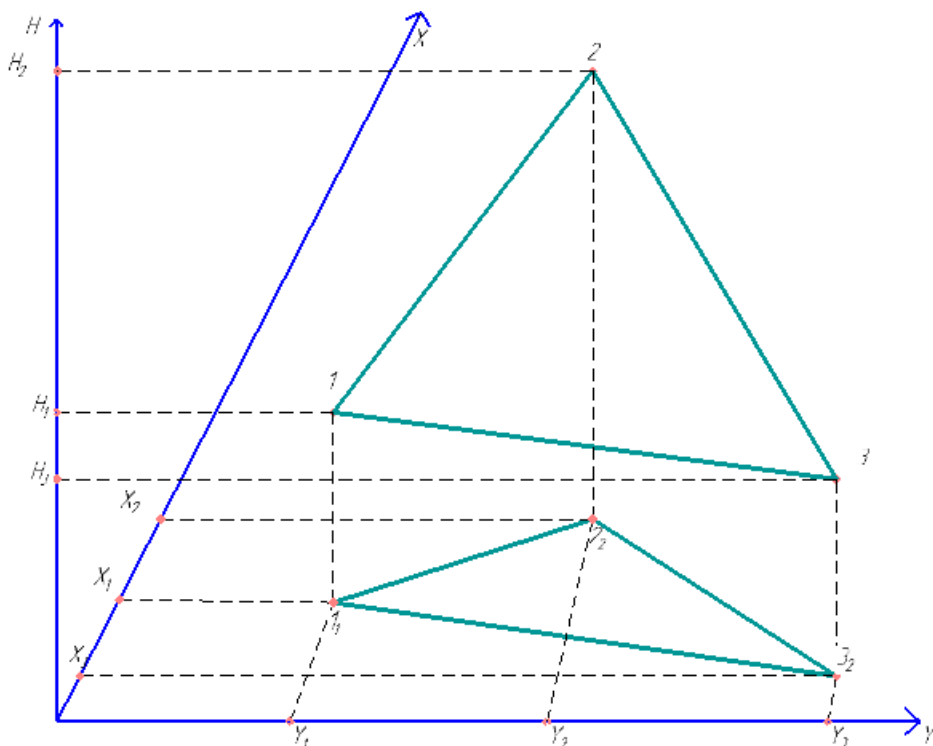


Рисунок 1. — Проекция треугольника на горизонтальную плоскость

$$P^2 = \frac{1}{4} [(-4307,24)^2 + (847,28)^2 + (58293,76)^2] = \frac{1}{4} (18552316,42 + 717883,3984 + 3398162455)^2 = \frac{1}{4} * 3417432655 = 854358163,7M^4$$

$$P=29229,41M^2$$

Проверка по формуле Геррона:

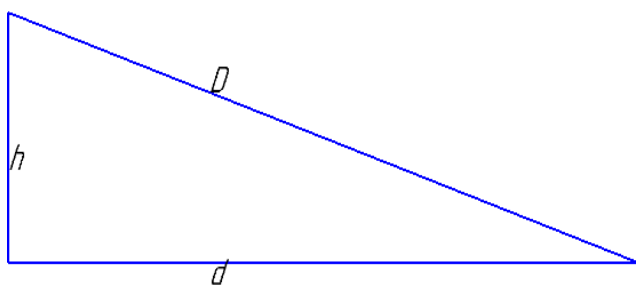


Рисунок 2. — Определение наклонных расстояний (D)

$$h_{1,2} = 161,9 - 153,2 = +8,7M$$

$$h_{2,3} = 161,9 - 145 = 16,9M$$

$$h_{3,1} = 153,2 - 145 = +8,2M$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (5)$$

$$d_{1-2} = \sqrt{24586,24 + 35043,84} = 244,19M$$

$$d_{2-3} = \sqrt{42931,84 + 15475,36} = 241,68 \text{ м}$$

$$d_{3-1} = \sqrt{2540,16 + 97094,56} = 315,65 \text{ м}$$

$$D_{1,2} = \sqrt{59628,76 + 75,69} = 244,34 \text{ м}$$

$$D_{2-3} = \sqrt{58407,2 + 285,61} = 242,27 \text{ м}$$

$$D_{3-1} = \sqrt{99634,72 + 67,24} = 315,76 \text{ м}$$

$$P = \frac{244,34 + 242,27 + 315,76}{2} = 401,185 \text{ м}$$

$$P_{\phi} = \sqrt{P(P - D_{1-2})(P - D_{2-3})(P - D_{3-1})} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} P_{\phi} &= \sqrt{401,185 (401,185 - 244,34) * (401,185 - 242,27)} \\ &\quad * \sqrt{(401,185 - 315,76)} = \sqrt{401,185 * 156,845 * 158,916 * 85,425} \\ &= 29229,41 \text{ м}^2 \end{aligned}$$

Разность  $P_{\phi}$  и  $P_{г}$  составляет

$$\Delta P = 82,5 \text{ м}^2$$

Точность определения площади вычислялась по следующим формулам:

Относительная СКО площади треугольника равна:

$$\left(\frac{m_p}{P}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 = \left(\frac{m_h}{h}\right)^2$$

$m_p$  — ошибка измерения периметра;

$m_l$  — ошибка измерения основания;

$m_h$  — ошибка измерения высоты.

Для треугольника

$$m_p = \frac{m}{2} \sqrt{l^2 + h^2} \quad (7)$$

Площадь была измерена на плане масштаба 1:2000, из этого следует, что  $m_l$  — ошибка измерения основания составила 0,6 м;  $m_h$  — ошибка измерения высоты составила 0,6 м.

Ошибки измерений по плану одинаковые вне зависимости от длин линий:

$$\left(\frac{m_h}{h}\right)^2 = \left(\frac{m_l}{l}\right)^2 = m \quad (8)$$

Основание треугольника равно 316,4 м

Высота треугольника равна 175,2 м

Подставив значения в формулу (2.1) получим результат:

$$m = 0,17 \text{ м.}$$

Для выбранного земельного участка ошибка определения площади составляет:

$$m_p = \frac{m}{2} \sqrt{l^2 + h^2} = \frac{0,17}{2} \sqrt{316,4^2 + 175,2^2} = 0,48$$

В соответствии с Приказом Министерства экономического развития РФ от 1.03.2016 №90 «Об утверждении требований к точности определения координат характерных точек границ земельного участка, требований к точности и методам определения координат характерных точек здания, сооружения или объекта незавершенного строительства на земельном участке, а также требований к определению площади здания, сооружения и помещения» средняя квадратическая погрешность местоположения характерных точек для

земельных участков, отнесенных к землям сельскохозяйственного назначения составляет 0,2 метра.

Кадастровая стоимость земель, как и рыночная, зависят от точного определения площадей земельных участков и оценки точности определения площади. В данной статье была представлена методика определения фактической площади земельного участка с применением формулы векторной алгебры.

#### Литература

1. Кулешов Д.А., Стрельников Г.Е. Инженерная геодезия для строителей: Учебник для вузов. — М.:Недра, 1990. — 256 с.

### THE FORMULA OF VECTOR ALGEBRA TO DETERMINE THE ACTUAL SQUARE FOOTAGE OF THE AREA

**Shipulin V.Ya., Grigoriev D.O.**

*Shipulin Vladimir Yakovlevich* — Senior lecturer, Novosibirsk state university of architecture and civil engineering (SIBSTRIN)

*Grigoriev Dmitrii Olegovich* — student of the 2nd year, Novosibirsk state university of architecture and civil engineering (SIBSTRIN)

*Abstract.* The paper presents a method of determination of land using the formula of vector algebra for the purposes of the unified state register of real estate, assessed the accuracy of using this technique.

*Key words:* land actual area, analytic method, vector algebra, root mean square error.

#### References

1. Kuleshov D.A., Strel'nikov G.E. Inzhenernaja geodezija dlja stroitelej: Uchebnik dlja vuzov. — М.:Недра, 1990. — 256 s.