

УДК: 534.015; 53.06

Уколов А. И.

к. ф.-м. н., доцент кафедры математики, физики и информатики
ФГБОУ ВО «Керченский государственный морской технологический университет»

Попова Т. Н.

д. п. н., профессор, заведующая кафедрой математики, физики и информатики
ФГБОУ ВО «Керченский государственный морской технологический университет»

Уколова Ю. В.

преподаватель
Судомеханический техникум ФГБОУ ВО
«Керченский государственный морской технологический университет»

АНАЛИЗ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, СВЯЗАННОЙ ПРИ ПОМОЩИ СИЛЫ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ

В работе предложен способ преобразования волнового движения поверхности моря в электромагнитный сигнал при помощи колебания ферромагнитной жидкости в канале сердечника катушки. Решена система дифференциальных уравнений двух колебаний, связанных при помощи сил вязкого трения. Выполнен количественный анализ параметров системы для образования биения жидкости.

Ключевые слова: *связанные колебания, волны, биение, ферромагнитная жидкость.*

Волны оказывают существенное влияние на физические процессы, происходящие в мировом океане. Изучение морского волнения представляет большой практический интерес для судоходства, морского гидротехнического строительства, защиты морских берегов, рекреации, экологии прибрежной зоны и др. [1]. Широко рассматривается морская волна и как возобновляемый источник энергии [2]. Волновая энергия обладает более высокой по сравнению с ветром и солнцем плотностью энергии. Морские волны накапливают в себе энергию ветра на значительном пространстве разгона. Они являются, таким образом, природным концентратом энергии [3]. В мировой практике содержится несколько десятков реализованных и перспективных проектов создания волновых электростанций. Однако существуют и недостаточно эффективные конструкторские разработки. Повысить эффективность волновых преобразователей можно путем проработки и согласования функциональных элементов установки и тщательном анализе параметров реальных условий в месте эксплуатации. Следовательно, морские волнения требуют комплексного исследования с использованием не только методов математического моделирования, анализа данных наблюдений, лабораторного моделирования, но и выполнения экспериментальных измерений для определения количественных характеристик волнового процесса.

В первую очередь волна оказывает механическое воздействие на объекты у поверхности моря. Для исследования волновых процессов удобно преобразовать механические колебания в электромагнитный сигнал. Прямое воздействие морской волны на элементы электрической цепи позволит более точно определить ее кинематические характеристики. Колебание ферромагнитного сердечника, вынуждаемое морской волной, вызовет изменение электрических параметров в цепи катушки индуктивности, которое можно зафиксировать соответствующим измерительным прибором.

В данной работе предлагается рассмотреть в качестве сердечника элемент ферромагнитной жидкости помещенной во внутренний канал обмотки и исследовать уравнение движения колебательной системы «канал – жидкость» связанной при помощи силы вязкого трения.

В качестве объекта исследования выберем U - образную трубку массой m_1 (рис.1, вставка) в горизонтальную часть, которой помещен малый элемент жидкости массой m_2 и вязкостью η . Диаметр канала будем считать настолько малым, что изгибом боковых поверхностей столба жидкости можно пренебречь, а ее растеканию препятствует капиллярная сила. В положении равновесия на жидкость действуют сила нормального давления N и тяжести m_2g (рис.1).

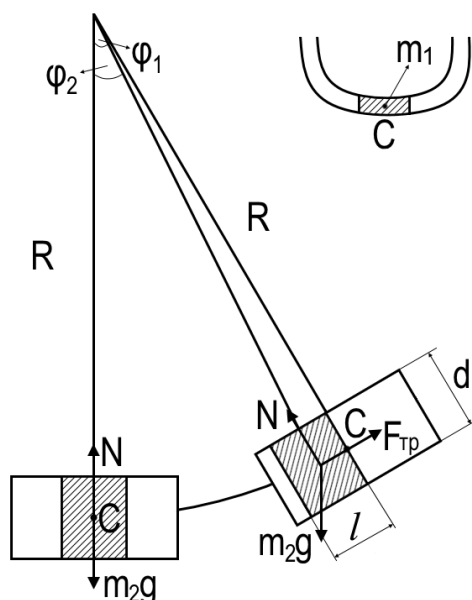


Рисунок 1 – Колебательная система

При отклонении центра масс канала C на угол φ_1 возникает сила трения $F_{тр}$, действующая на жидкость. Как следствие она отклонится от положения равновесия на угол φ_2 . Уравнение моментов сил действующих в колебательной системе:

$$m_1 R^2 \ddot{\varphi}_1 = -m_1 g R \varphi_1 + \eta R S (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) \quad (1)$$

$$m_2 R^2 \ddot{\varphi}_2 = -m_2 g R \varphi_2 - \eta R S (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) \quad (2)$$

где R – радиус кривизны дуги окружности, описываемой системой в процессе колебаний, S – площадь поверхности контакта жидкости и канала.

Разделив уравнения (1) и (2) на mR^2

$$\ddot{\varphi}_1 = -\frac{g}{R} \varphi_1 + \frac{\eta S}{m_1 R} (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) \quad (3)$$

$$\ddot{\varphi}_2 = -\frac{g}{R} \varphi_2 + \frac{\eta S}{m_2 R} (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1). \quad (4)$$

а затем складывая и вычитая (3) и (4) получим:

$$(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) + \frac{g}{R} (\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \quad (5)$$

$$(\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + \frac{g}{R} (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{\eta S}{R} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = 0 \quad (6)$$

Введем замену $\omega_1^2 = \frac{g}{R}$ – циклическая частота собственных колебаний центра масс канала, $2\lambda = \frac{\eta S}{R} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$, где λ – коэффициент определяющий величину связи частей колебательной системы. Тогда уравнения (5) и (6) можно записать:

$$(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) + \omega_1^2 (\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \quad (7)$$

$$(\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + \omega_1^2 (\varphi_1 - \varphi_2) + 2\lambda (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = 0. \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) имеют стандартный вид дифференциальных уравнений, решение

которых может быть представлено:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) \quad (9)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A_2 e^{-\lambda t} \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \quad (10)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды колебаний.

Тогда

$$\varphi_1 = \frac{A_1}{2} \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) + \frac{A_2}{2} e^{-\lambda t} \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \quad (11)$$

$$\varphi_2 = \frac{A_1}{2} \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) - \frac{A_2}{2} e^{-\lambda t} \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}). \quad (12)$$

Рассмотрим возможность образования биений жидкости в канале. Пусть $A_1=A_2=A$ и $\varphi_{01}=\varphi_{02}=0$. В начальный момент времени центр масс канала отклоняется на угол φ_0 от положения равновесия. Под действием силы вязкого трения жидкость будет вовлекаться в колебательный процесс. Из (11) и (12) уравнение биений имеет вид

$$\varphi_1 = \frac{A}{2} \cos\omega_1 t + \frac{A}{2} e^{-\lambda t} \cos\omega_2 t \quad (13)$$

$$\varphi_2 = \frac{A}{2} \cos\omega_1 t - \frac{A}{2} e^{-\lambda t} \cos\omega_2 t. \quad (14)$$

Выполним количественную оценку периода биений τ . Для расчета возьмем характеристики ферромагнитной жидкости марки МЖ – 131 компании «Аквасил» плотностью $\rho=1350 \text{ кг/м}^3$ и вязкостью $\eta=1,1 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Геометрические размеры столба жидкости соответственно равны $l=10^{-2} \text{ м}$ и $d=4\cdot 10^{-3} \text{ м}$. Тогда коэффициент связи зависит от радиуса кривизны как $\lambda=0,138/R$. Решая графически уравнения (13) и (14) обнаружено, что биение жидкости получается при $R\approx 0,05 \text{ м}$ (рис.2).

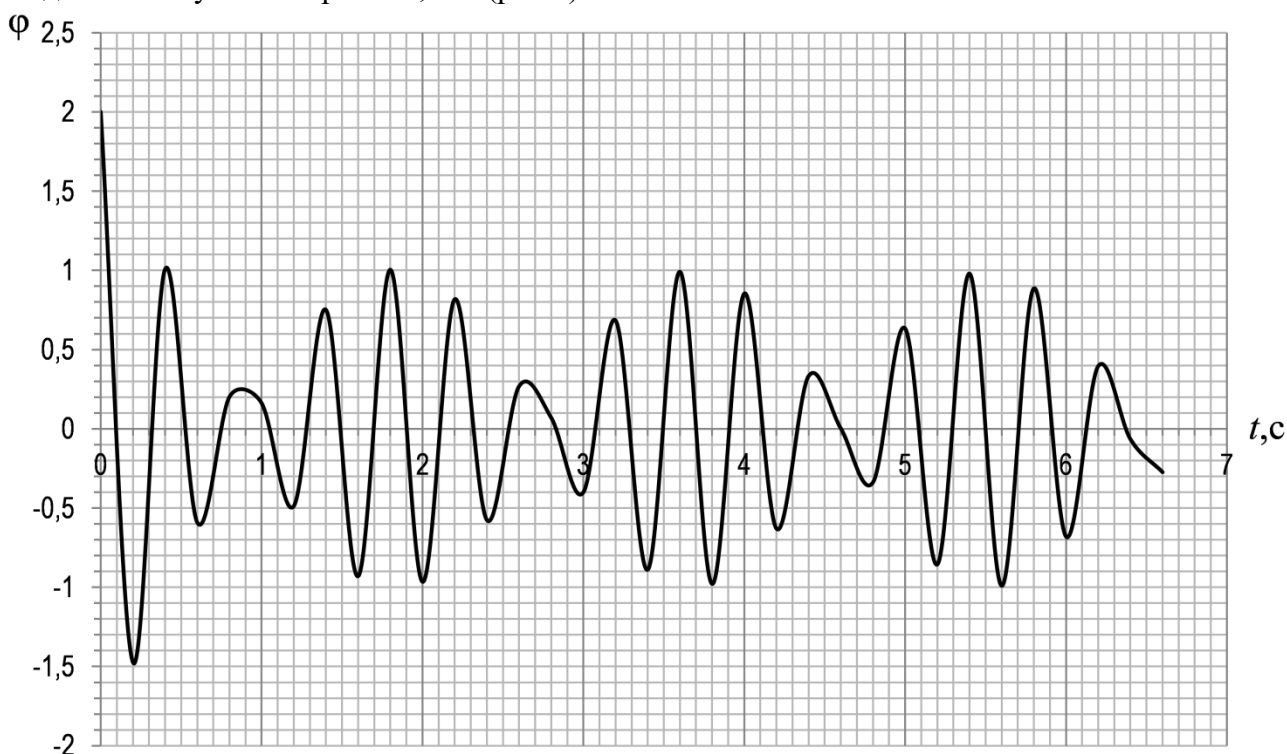


Рисунок 2 – Биение жидкости

Таким образом, при выполнении заданных требований к характеристикам колебательной системы, жидкость будет совершать колебания переменной амплитуды с периодом $T = 0,65 \text{ с}$. Промежуток между соседними моментами времени, в которые амплитуда обращается в нуль $\tau=2,6 \text{ с}$ (рисунок 2). В случае, если начальное отклонение канала задается морской волной, то период биений τ должен соответствовать времени между прохождением двух последующих вершин волны. Полученный результат τ попадает в умеренный диапазон шкалы степени ветрового волнения [4], что свидетельствует о

возможности практической реализации такой колебательной системы.

Литература

1. Доценко С. Ф. Природные катастрофы Азово-Черноморского региона / С. Ф. Доценко, В. А. Иванов. – Севастополь: НАН Украины, Морской гидрофизический институт. – 2010. – 174 с.
2. Гентова А. А. Обзор вариантов преобразователей энергии морских волн / А. А. Гентова, И. В. Каменских // Современные наукоемкие технологии – №8. – 2013. – С. 115-116.
3. Чижиумов С. Д. Возможность использования энергии морских волн на дальневосточном побережье / С. Д. Чижиумов, И. В. Каменских, О. В. Трубецкая // Избранные доклады Третьей Сахалинской региональной морской научно-технической конф. «Мореходство и морские науки – 2011». – Южно-Сахалинск: СахГУ. – 2011. – С. 132-141.
4. Безруков Ю. Ф. Колебания уровня и волны в Мировом океане. Учебное пособие / Ю. Ф. Безруков. – Симферополь: Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского. – 2001. – 50 с.